

**Муниципальный этап
областной олимпиады школьников
по математике 2023-2024 уч.г.
5-й класс**

Задача 1. Найти все четырехзначные числа, делящиеся на 45, у которых первая цифра равна 4, а последняя равна 5.

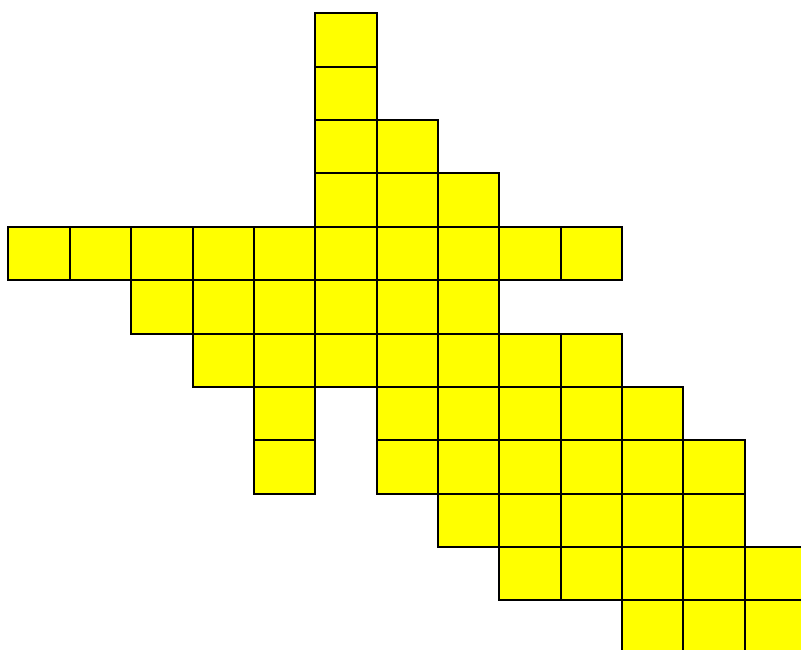
Ответ: 4005, 4185, 4275, 4365, 4455, 4545, 4635, 4725, 4815.

Решение. Число делится на 45, если оно делится на 5 и на 9. Так как число оканчивается на 5, то делимость на 5 выполнена. Сумма второй и третьей цифр должна делиться на 9, тогда и число будет делиться на 9.

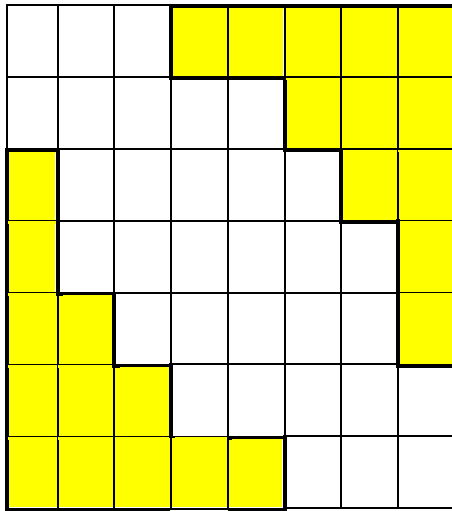
Комментарии.

Баллы	Критерии оценивания задания № 1
7	Приведен верный ответ и полное обоснованное решение
1	Приведен только ответ
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют ИЛИ решение отсутствует, записан только номер задания

Задача 2. Разрежьте фигуру на три части так, чтобы можно было сложить прямоугольник.



Решение.



Желтым окрашены отрезанные куски.

Комментарии.

Баллы	Критерии оценивания задания № 2
7	Приведен верный ответ и полное обоснованное решение
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют ИЛИ решение отсутствует, записан только номер задания

Задача 3. Вдоль дороги стоят домики Антона, Бори, Вани, Гены и Дениса именно в таком порядке. Среди этих домиков есть окрашенные в синий и красный цвета, причем синий домик расположен левее красного. Между домиками Антона и Вани расстояние 70 м. Между синим домиком и домиком Бори 90 м. Между красным и синим домиками расстояние в 110 м. Найдите расстояние между домиком Бори и Вани, если расстояние от домика Антона до дома Дениса 220 м. Считаем, что домики длины не имеют, т.е. представляют собой точки.

Ответ: от дома Бори до дома Вани 50 м.

Решение. Домик Бори на может быть синим. Домики Антона и Вани тоже не синие, так как расстояние между ними меньше 90 м. Так как синий домик расположен левее красного, то синим выкрашен домик Гены, а красным – домик Дениса. Так как общее расстояние 220 м, а между домиками Гены и Дениса – 110м, то расстояние от дома Антона до дома Гены $220 - 110 = 110$ м.

Расстояние от дома Антона до дома Вани состоит из двух частей: расстояние от дома Антона до дома Бори и расстояние от дома Бори до дома Вани.

Расстояние от дома Бори до дома Гены (синий домик) состоит из двух частей: расстояние от дома Бори до дома Вани и расстояние от дома Вани до дома Гены.

$$AB + BV = 70$$

$$BV + VG = 90$$

$$AB + BV + VG = 110$$

Сложим первые два равенства, получим $AB + 2BV + VG = 160$

Отсюда $BV = 50$

Комментарии.

Баллы	Критерии оценивания задания № 3
7	Приведен верный ответ и полное обоснованное решение
5	Ответ неверен только из-за арифметических ошибок
1	Приведен только ответ
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют ИЛИ решение отсутствует, записан только номер задания

Задача 4. Винни-Пух решил отправиться в путешествие. Двигаясь по прямой, он проходит каждый день по 50 километров. Каждую полночь Винни-Пух выбирает направление своего движения и установил себе за правило – каждый день двигаться в том же направлении, что и за неделю до этого. Объясните, почему, стартовав из Москвы от памятника А.С. Пушкина, Винни-Пух не сможет ровно через месяц оказаться там же.

Решение. Предположим противное: через неделю Винни-Пух остался на том же месте. Тогда он сделал одинаковое количество шагов «влево» и «вправо» от Москвы. Но это не возможно, так как в неделе 7 дней, а 7 не делится на 2.

Значит, за первую неделю Винни-Пух сделал «шаг» по крайней мере на 50 км в одну сторону. Во вторую неделю, повторив все действия первой, он сделал тот же «шаг» и т.д. Таким образом, за первые 4 недели Винни-Пух сделал по крайней мере 4 «шага» и отошел от Москвы не менее, чем на 200 км. До конца месяца у него осталось не больше трех дней, а значит Винни-Пух сможет пройти не более 150 км и не вернется в Москву.

Комментарии.

Баллы	Критерии оценивания задания № 4
7	Приведено полное обоснованное решение
1	Приведен только ответ
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют ИЛИ решение отсутствует, записан только номер задания

Задача 5. У Бабы Яги и Кощей Бессмертного есть 20 пирожков. Они решили сыграть в игру по следующим правилам. Игроки ходят по очереди. За один ход можно взять один или несколько пирожков со стола и съесть их. Первой ходит Баба Яга, но на этом ходу ей нельзя брать все пирожки. Во всех остальных ходах игрокам нельзя брать больше пирожков, чем кто-либо уже брал за один ход. Выигрывает тот, кто возьмёт последний пирожок. Кто из игроков может обеспечить себе победу?

Ответ: Выиграет Баба Яга, если первым ходом съест 4 пирожка.

Решение. Выстроим пирожки в ряд, пронумеруем их и будем считать, что игроки берут пирожки подряд слева направо.

Предположим, что Баба Яга первым ходом съест один пирожок. В этом случае она проиграет, так как до конца игры игроки будут брать по одному пирожку и все чётные пирожки, включая последний 20-й пирожок, достанется Кощей Бессмертному.

Предположим, что Баба Яга первым ходом съест два пирожка. Тогда Кощей Бессмертный будет брать по два пирожка до тех пор пока Баба Яга не возьмёт один пирожок. Если Баба Яга никогда не возьмёт один пирожок, то Кощей Бессмертный заберёт пирожки 3, 4, 7, 8, 11, 12, 15, 16, 19, 20 и победит. Если Баба Яга возьмёт один пирожок, то его номер будет нечётный. Далее игроки будут, чередуясь, брать по одному пирожку, причём Кощей Бессмертному достанутся пирожки с чётными номерами. И Баба Яга опять проиграет.

Предположим, что Баба Яга первым ходом съест три пирожка. Тогда Кощей Бессмертный своим первым ходом возьмёт один пирожок, а остальными ходами он опять съест все оставшиеся чётные пирожки, и Баба Яга проиграет.

Предположим, что Баба Яга первым ходом съест 4 пирожка. Затем Баба Яга будет действовать так: если Кощей Бессмертный съест 4 пирожка, то Баба Яга тоже съест 4, если Кощей Бессмертный съест 3 пирожка, то Баба Яга съест один, если Кощей Бессмертный съест 2 пирожка, то Баба Яга съест тоже 2, если Кощей Бессмертный съест один пирожок, то Баба Яга съест тоже один. Если Кощей Бессмертный всегда будет брать по 4 пирожка, то Баба Яга съест пирожки 1, 2, 3, 4, 9, 10, 11, 12, 17, 18, 19, 20 и победит. После того как Кощей Бессмертный съест три или один пирожок, на столе останется нечётное число пирожков и все оставшиеся пирожки с чётными номерами достанутся Бабе Яге. Баба Яга опять победит. После того, как Кощей Бессмертный съест два пирожка, на столе будет лежать $20 - 4 - 2 = 14$ или $20 - 4 - 4 - 4 - 2 = 6$ пирожков. Дальше игроки будут есть по два пирожка (случай с одним

пирожком мы уже разобрали) и Бабе Яге достанутся 19-й и 20-й пирожки. Следовательно, в этой игре победит Баба Яга, если первым ходом съест 4 пирожка.

Комментарии.

Баллы	Критерии оценивания задания № 5
7	Приведен верный ответ и полное обоснованное решение
3	Сказано, что Баба Яга победит если первым ходом возьмёт 4 пирожка, но при разборе этого случая перебраны не все варианты развития партии.
1	Приведен только ответ
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют ИЛИ решение отсутствует, записан только номер задания