

Региональная олимпиада школьников

по математике 2021-2022 уч.г.

6-й класс,

Задача 1. На листе бумаги написаны двадцать чисел 1,02 и двадцать чисел 0,3. Зачеркните несколько чисел так, чтобы сумма оставшихся была равна 20,22.

Ответ: надо зачеркнуть 4 числа 1,02 и 7 чисел 0,3.

Решение. Так как в сумме получено число 20,22, то количество чисел 1,02 таково, что при умножении на 1,02 вторая цифра дробной части должна равняться 2. Таких чисел можно взять 11 или 16.

Если $11 \cdot 1,02 = 11,22$, то $20,22 - 11,22 = 9$. $9 : 0,3 = 30$. Но 30 чисел 0,3 у нас нет.

Если $16 \cdot 1,02 = 16,32$, то $20,22 - 16,32 = 3,9$. $3,9 : 0,3 = 13$.

Следовательно, надо зачеркнуть 4 числа 1,02 и 7 чисел 0,3.

Комментарии.

Баллы	Критерии оценивания задания № 1
7	Полное верное решение
6	Приведен верный ответ, но никак не показано, почему он удовлетворяет условию
2	Найдена верная идея решения, но решение не доведено до конца ИЛИ выполнена лишь часть задания
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют ИЛИ решение отсутствует, записан только номер задания

Задача 2. В таблице 12 строк и несколько столбцов. Егор расставил в клетки таблицы числа так, что сумма чисел в каждой строке равна 9, а сумма чисел в каждом столбце равна 6. Сколько столбцов в таблице?

Ответ: в таблице 18 столбцов.

Решение. Пусть n – число столбцов. Подсчитаем сумму всех чисел двумя способами. Если считать по строкам, то она будет равна $12 \cdot 9$; а если по столбцам – то $n \cdot 6$.

Значит, $12 \cdot 9 = n \cdot 6$. Откуда $n = 12 \cdot 9 / 6 = 18$.

Комментарии.

Баллы	Критерии оценивания задания № 2
7	Полное верное решение
1	Дан верный, но не обоснованный ответ
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют ИЛИ решение отсутствует, записан только номер задания

Задача 3. Три вора делили мешок монет. Первый забрал $\frac{3}{5}$ всех монет; второй – 51% остатка. После этого третьему осталось на 6 монет меньше, чем получил второй. Сколько монет было в мешке? Ответ обоснуйте.

Ответ: 750.

Решение. Третий вор получил 49% остатка, т.е. на 2% меньше, чем третий. Эти два процента остатка составляют 6 монет, поэтому один процент составляет 3 монеты, а весь остаток – 300 монет. Эти 300 монет составляют $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ от их общего количества. Значит, всего монет в мешке было

$$300 \div \frac{2}{5} = 750.$$

Комментарии.

Баллы	Критерии оценивания задания № 3
7	Полное верное решение
6	Ответ неверен только из-за арифметических ошибок
4	Верно и обоснованно найдено количество монет, полученных каким-то одним или двумя ворами
3	Верно составлено, но не решено (или решено неверно) уравнение, полностью описывающее условие задачи
2	Есть идея (не доведенная до решения) решить задачу с «конца»
1	Верный ответ без обоснования
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют ИЛИ решение отсутствует, записан только номер задания

Задача 4. Таракан-альбинос бежит по белым клеткам прямоугольника 1×10 из какой-то клетки в крайнюю правую клетку. За один ход он перемещается на одну клетку справа, а с крайней правой убегает с прямоугольника. У феи Винки есть

волшебная палочка, которая может перекрасить клетку за один ход в черный цвет и при этом убивающей таракана, если тот в этой клетке находится. Клетку можно красить сколько угодно раз. На черной клетке таракан виден, на белой клетке – нет. Сможет ли фея убить таракана за 4 хода (Винки делает первый ход)?

Ответ: сможет.

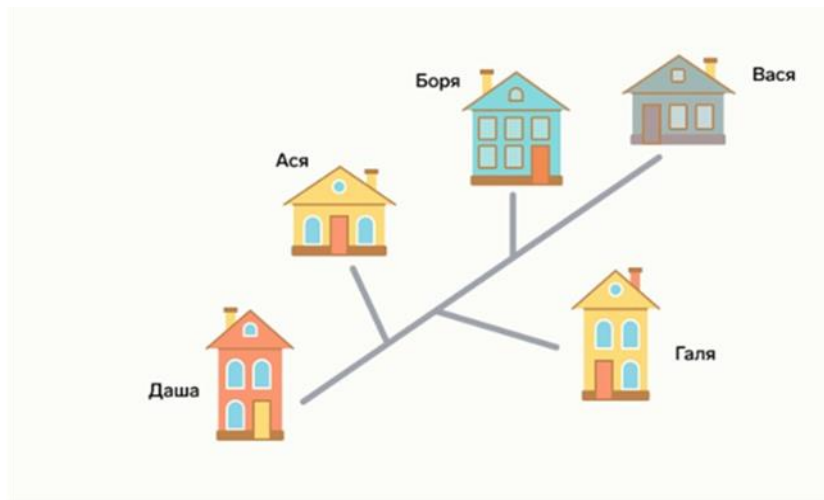
Решение. Пронумеруем клетки полосы слева направо от 1 до 10. Первым ходом фея красит клетку 10. Если таракан сидел в клетке 10, то он погиб. Далее таракан перемещается на одну клетку вправо. Если он сидел в клетке 9, то он станет виден в клетке 10 и фея его перекрасит вторым ходом. Если таракан в клетке 9 не сидел, то вторым ходом фея перекрашивает клетку 7. В данный момент в ней мог находиться таракан номер 6, который при перекрашивании клетки погиб. На третьем ходу тараканы сдвигаются на клетку вправо. Становятся видными в двух крашенных клетках, которые могут быть снова покрашены. Если нет проявившихся тараканов, то третьей покрашена клетка 5. На последнем ходу покрашена клетка 4, где в самом плохом случае окажется таракан с номером 1. Когда какой таракан погибает – видно из таблицы.

клетки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 ход	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2 ход		1	2	3	4	5	6	7	8	9
3 ход			1	2	3	4	5	6	7	8
4 ход				1	2	3	4	5	6	7

Комментарии.

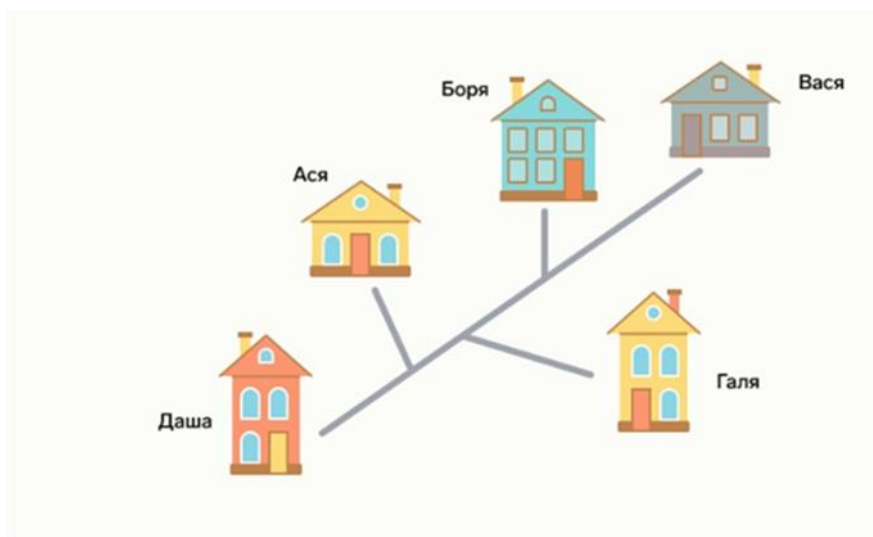
Баллы	Критерии оценивания задания № 4
7	Полное верное решение
3	Приведен правильный алгоритм решения задачи без пояснений
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют ИЛИ решение отсутствует, записан только номер задания

Задача 5. На рисунке изображена схема дорог между домами 5 ребят. От Аси до Гали кратчайшее расстояние по дорогам 12 км, от Гали до Бори – 10 км, От Аси до Бори – 8 км, от Даши до Гали – 16 км. Сколько километров составляет кратчайшее расстояние по дорогам от Даши до Васи?



Ответ: 17.

Решение. Обозначим перекрестки



Обозначим расстояния:

ДП1 – расстояние от дома Даши до перекрестка 1

АП1 – расстояние от дома Аси до перекрестка 1

П1П2 – расстояния между первым и вторым перекрестком

ГП2 – расстояние от дома Гали до перекрестка 2

П2П3 – расстояние между перекрестками вторым и третьим

БП3 – расстояние от дома Бори до перекрестка 3

ВП3 – расстояние от дома Васи до перекрестка 3.

Запишем расстояния, которые даны:

$$АП1 + П1П2 + ГП2 = 12 \quad (1)$$

$$ГП2 + П2П3 + БП3 = 10 \quad (2)$$

$$АП1 + П1П2 + П2П3 + БП3 = 8 \quad (3)$$

$$ДП1 + П1П2 + ГП2 = 16 \quad (4)$$

$$\text{ВПЗ} + \text{П2ПЗ} + \text{ГП2} = 17 \quad (5)$$

Найти: $\text{ДП1} + \text{П1П2} + \text{П2ПЗ} + \text{ВПЗ} = ?$

Сложим (1) + (2) + (3)

$$2(\text{АП1} + \text{П1П2} + \text{П2ПЗ} + \text{ГП2} + \text{БПЗ}) = 30$$

$$\text{АП1} + \text{П1П2} + \text{П2ПЗ} + \text{ГП2} + \text{БПЗ} = 15$$

Используя (3), получим, что $\text{ГП2} = 7$

Сложим (4) и (5)

$$\text{ДП1} + \text{П1П2} + \text{П2ПЗ} + \text{ВПЗ} + 2\text{ГП2} = 33$$

$$\text{ДП1} + \text{П1П2} + \text{П2ПЗ} + \text{ВПЗ} = 33 - 14 = 17$$

Комментарии.

Баллы	Критерии оценивания задания № 5
7	Полное верное решение
4	Найденное расстояние от дома Гали до перекрестка 2
1	Найденные некоторые расстояния, которые входят в искомый маршрут, оценивать в 1 балл каждое
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют ИЛИ решение отсутствует, записан только номер задания